इकाई 15 प्रसामान्य बंटन एवं इसकी व्याख्या

संरचना

15.1 प्रस्तावना

15.2 उद्देश्य

15.3 प्रसामान्य बंटन / प्रसामान्य संभाविता वक्र

- 15.3.1 प्रसामान्य बंटन की अवधारणा
- 15.3.2 प्रसामान्य संभाविता वक्र : सैद्धांतिक आधार
- 15.3.3 प्रसामान्य संभाव्यताता वक्र की विशेषताएं
- 15.3.4 प्रसामान्यता से विचलन
- 15.3.5 प्रसामान्य वक्र/प्रसामान्य बंटन में विचलन पैदा करने वाले कारक/तत्व
- 15.3.6 प्रसामान्य वक्र क्या दर्शाता है (प्रसामान्य वक्र/प्रसामान्य बंटन की व्याख्या)?
- 15.3.7 प्रसामान्य बंटन का महत्व
- 15.3.8 प्रसामान्य वक्र/प्रसामान्य बंटन के उपयोग
- 15.3.9 प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफलों की सारणी
- 15.3.10 प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफल वाली सारणी का प्रयोग करते समय ध्यान रखने वाली बातें
- 15.3.11 प्रसामान्य संभाविता वक्र के उपयोग से संबंधित व्यावहारिक समस्याएं

15.4 सारांश

15.5 अभ्यास कार्य

15.6 चर्चा के बिंदु

15.7 बोध प्रश्नों के उत्तर

15.8 उपयोगी पुस्तकें

15.1 प्रस्तावना

पिछली इकाइयों क्रमशः 12,13 तथा 14 में हमने पढ़ा कि समंकों के बंटन का आयोजन किस प्रकार किया जाता है और इनके स्वरूप, केंद्रीय मूल्य एवं विचरण की व्याख्या किस प्रकार की जाती है। बारंबारता बंटन के स्वरूप को समझने के लिए हमने स्तम्भाकृति एवं बारंबारता बहुभुज का प्रयोग किया। बारंबारता बंटन के केंद्रीय मूल्य को ज्ञात करने के लिए हमने केंद्रीय प्रवृति के मापों की गणना की। समंकों की विचलनशीलता ज्ञात करने के लिए हमने विचलन के मापों को ज्ञात किया।

यह सभी विवरण समंकों के बारे में विस्तृत सूचना प्रदान करते हैं। कई बार हमें ऐसी विधि की आवश्यकता होती है जो समूह में व्यक्ति की स्थिति का विवरण दे सके या योग्यता के आधार पर समूह को विभिन्न श्रेणियों में विभाजित करने के लिए कटान बिंदु प्रदान करें या ऐसा परीक्षण पत्र जिसके द्वारा अध्यापक विद्यार्थी की शैक्षिक योग्यता का अनुमान कर सके।

उदाहरण के लिए मान लीजिए एक अध्यापक एक विद्यार्थी की उपलब्धि का स्तर जानने के लिए एक परीक्षण प्रशासित करता है और उस परीक्षण में विद्यार्थी कुछ समंक प्राप्त करता है। इन समंकों से आप क्या निष्कर्ष निकालते हैं? इन समंकों का अर्थ तभी स्पष्ट होता है जब दूसरे विद्यार्थियों के समंक देखे जाए। कभी-कभी समूह के व्यक्तियों को उनकी योग्यता के अनुसार या समंकों के आधार पर विभिन्न श्रेणियों अ, ब, स तथा द में बाँटा जाता है। अतः किसी समूह के समंकों का बंटन किस प्रकार का है,

यह पता लगाने के लिए प्रसामान्य बंटन से उसकी तुलना की जा सकती है। इस इकाई में हम प्रसामान्य बंटन की अवधारणा एवं इसके प्रयोग के बारे में चर्चा करेंगे।

15.2 उद्देश्य

इस इकाई के अध्ययन के पश्चात्, आप इस योग्य हो जाएंगे किः

- प्रसामान्य बंटन एवं प्रसामान्य संभाविता वक्र की अवधारणा की व्याख्या कर सकें।
- प्रसामान्य संभाविता वक्र के सैद्धांतिक आधार को बता सकें।
- प्रसामान्य संभाविता वक्र की विशेषताओं को लिख सकें।
- प्रसामान्य संभाविता वक्र के विभिन्न प्रकार के विचलनों की परिभाषा दे सकें।
- शैक्षिक मापन एवं मूल्यांकन में विषमता एवं वक्रता के महत्व को उचित ठहरा सकें।
- बहुत से प्रेक्षणों के आधार पर बने प्रसामान्य वक्र की व्याख्या कर सकें।
- मानसिक मापन एवं शैक्षिक मूल्यांकन में प्रसामान्य वक्र के विभिन्न प्रकार के अनुप्रयोगों का प्रत्यास्मरण कर सकें।
- प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफलों की तालिका/सारणी को पढ़ सकें।
- शैक्षिक मूल्यांकन एवं मानसिक मापन से संबंधित विभिन्न प्रकार की व्यावहारिक समस्याओं को प्रसामान्य संभाविता वक्र के ज्ञान द्वारा हल कर पाएं।

15.3 प्रसामान्य बंटन / प्रसामान्य संभाविता वक्र

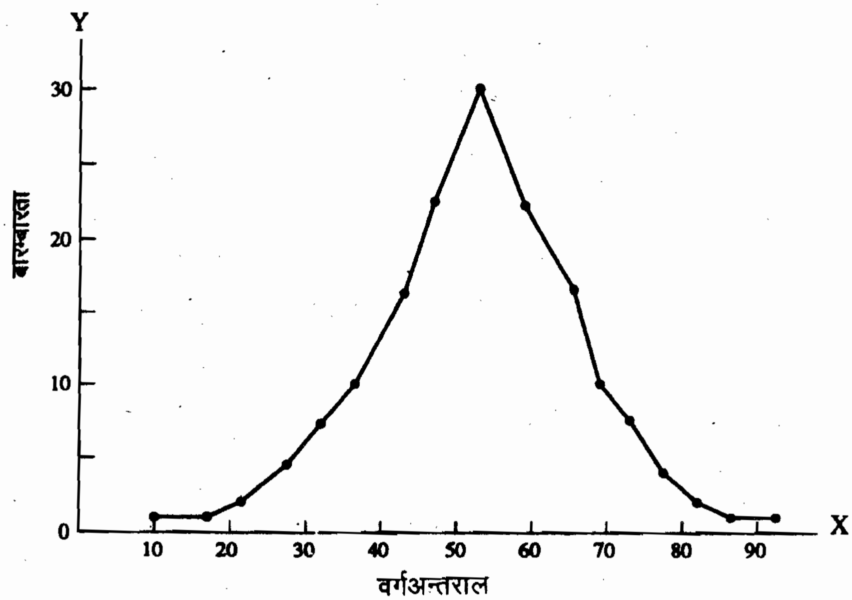
15.3.1 प्रसामान्य बंटन की अवधारणा

आओ हम एक काल्पनिक बारंबारता बंटन को ध्यानपूर्वक देखें जिसे एक अध्यापक ने नौवीं कक्षा के 150 विद्यार्थियों को गणित का उपलब्धि परीक्षण देकर उसके समंकों से प्राप्त किया है।

तालिका 15.1: गणित उपलब्धि परीक्षण में समंकों का बारंबारता बंटन

वर्ग अंतराल	टैली	बारंबारता
85-89	|	1
80-84	||	2
75-79	||||	4
70-74	卌 ||	7
65-69	卌 卌	10
60-64	卌 卌 卌 |	16
55-59	卌 卌 卌 卌	20
50-54	卌 卌 卌 卌 卌 卌	30
45-49	卌 卌 卌 卌	20
40-44	卌 卌 卌 |	16
35-39	卌 卌	10
30-34	卌 ||	7
25-29	||||	4
20-24	||	2
15-19	|	1
	योग	150

क्या तुम ऊपर दी गई तालिका के स्तम्भ 3 में दी गई बारंबारताओं में कुछ विशेष बात बता सकते हो। संभाविता: हाँ। बंटन में सबसे अधिक आवृति ($f = 30$) बंटन के केंद्रीय केंद्र मूल्य के निकट है और बाकी बारंबारताएं धीरे-धीरे इस मूल्य के दोनों ओर कम होती चली जाती है। यदि हम ऊपर दिए गए बंटन की सहायता से बारंबारता बहुभुज बनाएँ, तो हमें चित्र 15.1 में दिया गया वक्र प्राप्त होगा



चित्र 15.1: तालिका 15.1 में दिए गए आंकड़ों का बारंबारता बहुभुज

चित्र 15.1 में वक्र की आकृति बिल्कुल एक "घंटी" के समान है जो कि दोनों ओर से सममित है इस वक्र को प्रसामान्य वक्र कहते हैं। यदि तुम माध्य, माध्यिका तथा बहुलांक की गणना करो तो तुम पाओगे कि तीनों का मान लगभग समान है (माध्य = माध्यिका = बहुलांक = 52) यह "घंटाका" आकृति तकनीकी तौर पर 'प्रसामान्य वक्र' के नाम से जानी जाती है और समंकों के इस बारंबारता बंटन को जिसमें कुछ अन्य गुणों के साथ-साथ तीनों केंद्रीय प्रवृति के मान समान हो "प्रसामान्य बंटन" कहते हैं। इस सामान्रु वक्र का मानिसक एवं शैक्षिक मापन में बहुत महत्व है।

15.3.2 प्रसामान्य संभाविता वक्र : सैद्धांतिक आधार

प्रसामान्य संभाविता वक्र संभाविता के नियम पर आधारित है (संयोग का खेल), जिसको अठाहरवीं शताब्दी में फ्रांस के गणितज्ञ अब्राहम डिमाइवर (Abraham Demoivre 1667-1754) ने खोजा था। अब्राहम डिमाइवर ने इस संभाविता वक्र का गणितीय समीकरण बनाया एवं इसका लेखाचित्रीय निरूपण भी किया।

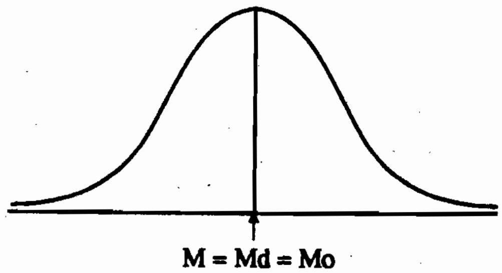
15.3.3 प्रसामान्य संभाविता वक्र की विशेषताएं

प्रसामान्य संभाविता वक्र की मुख्य विशेषताएं निम्नलिखित हैं :

1. प्रसामान्य वक्र सममित होता है।

   समान्य संभाविता वक्र अपने मध्य बिंदु से दोनों ओर सममित होता है, अर्थात् केंद्रीय कोटि के दोनों ओर के भाग परिमाण, आकृति तथा ढाल में समरूप होते हैं। इस प्रकार माध्य के बाईं तरफ की आकृति तथा माध्य के दाई तरफ की आकृति एक-दूसरे के प्रतिबिंब की तरह होती है। चित्र 15.2 में देखें।

2. प्रसामान्य वक्र एक-बहुलकी होता है।



चित्र 15.2

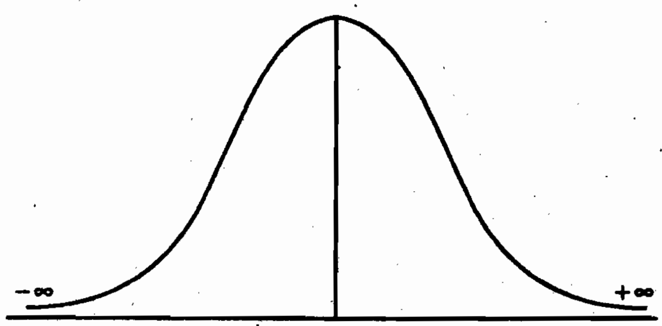
क्योंकि वक्र पर एक ही बिंदु ऐसा है जिसकी ऊंचाई सबसे अधिक हैं अतः प्रसामान्य संभाविता वक्र का बारंबारता बंटन एक-बहुलकी होता है। अर्थात् इसका एक ही बहुलक होता है।

3. प्रसामान्य वक्र का सबसे अधिक ऊंचाई वाली कोटि केंद्रीय बिंदु पर होता है।

   सबसे अधिक भुजा वाली ऊंचाई जिसे कोटि भी कहा जाता है, प्रसामान्य वक्र के मध्य-बिंदु पर होती है।

4. प्रसामान्य वक्र एक्स-अक्ष से अनन्तस्पर्शी होता है,

   प्रसामान्य वक्र के सिरे कभी भी और कही भी एक्स-अक्ष पर नहीं मिलते हैं। दूसरे शब्दों में यह सिरे वक्र की आधार रेखा एक्स-अक्ष भुजा को नहीं छूते। वक्र की इस विशेषता को अनन्तस्पर्शी कहा जाता है। प्रसामान्य संभाविता वक्र में आधार रेखा का वक्र से कभी भी स्पर्श नहीं होता। यह वक्र आधार रेखा के निकट जाता हुआ प्रतीत होता है किंतु आधार रेखा तक पहुँचता नहीं है। इसके सिरे ऋणात्मक अनन्त (- 00) से धनात्मक अनन्त (+ 00) तक जाते हैं। (देखें चित्र 15.3 में)



चित्र 15.3

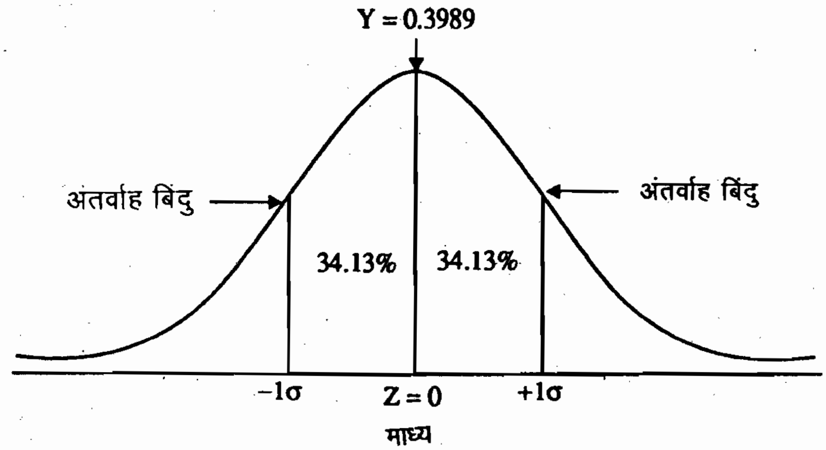
5. वक्र की ऊंचाई सम्मिताकार झुकती है।

प्रसामान्य संभाविता वक्र की ऊंचाई सर्वोच्च बिंदु से दोनों ओर सम्मिताकार कम होती जाती है।

6. वक्र की आकृति कॉनकेव के नमन बिंदु ± एक मानक विचलन ($\pm 1\sigma$) पर आते हैं। वक्र की आकृति नमन बिंदु पर अवतल से उत्तल हो जाती है। समूह के समंकों की दूरी माध्य से जैसे जैसे बढ़ती जाती है वैसे-वैसे वक्र का क्षेत्र संकुचित होता जाता है। यदि हम नमन बिंदुओं से आधार रेखा पर लम्ब खीचें तो वे आधार रेखा को माध्य से एक मानक विचलन ऊपर तथा एक मानक विचलन नीचे ($\pm 1\sigma$) की दूरी पर काटेंगे।

7. प्रसामान्य वक्र में दोनों नमन बिंदुओं के मध्य वाले क्षेत्रफल का प्रतिशत सुनिश्चित होता है।

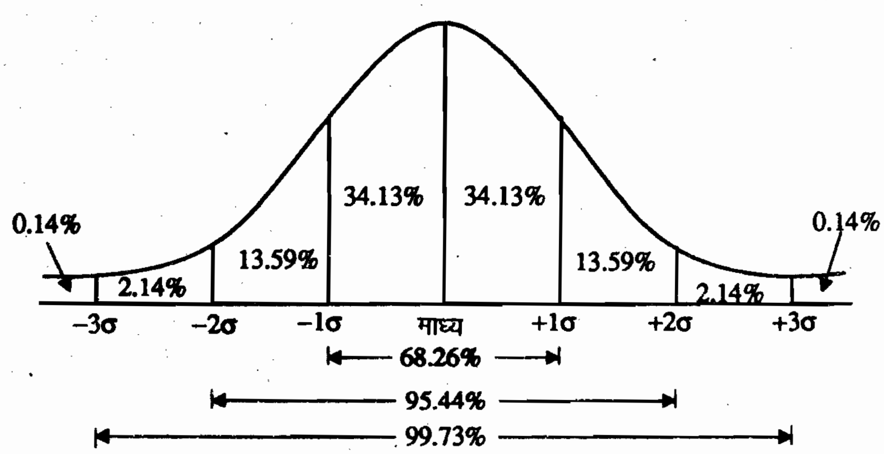
वक्र के अंदर का लगभग 68.26 प्रतिशत क्षेत्रफल में माध्य से -1σ तथा $+1\sigma$ दूरी के बीच में होता है। (देखिए चित्र 15.4)



चित्र 15.4

8. वक्र के अंतर्गत कुल क्षेत्रफल को सर्वसम्मत रूप से 100 प्रतिशत संभाविता मान लिया जाता है।

प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत कुल क्षेत्रफल को सर्वसम्मत रुप से 100 प्रतिशत संभाविता मान लिया जाता है। इस वक्र के अंतर्गत माध्य तथा किसी अन्य बिंदु जिसकी दूरी σ - दूरियों से मापी गई हो, के बीच का क्षेत्रफल सुनिश्चित होता है। इन बिंदुओं के बीच का क्षेत्रफल ज्ञान होता है। प्रसामान्य वक्र में -1σ तथा $+1\sigma$ के बीच कुल 68.26 प्रतिशत समंक, -2σ तथा $+2\sigma$ के मध्य 95.44 प्रतिशत समंक और -3σ तथा $+3\sigma$ के मध्य 99.73 प्रतिशत समंक होते हैं। (देखिए चित्र 15.5 में)



चित्र 15.5: सामान्य सभाव्य वक्र

9. प्रसामान्य वक्र द्विपार्श्व होता है।

प्रसामान्य वक्र में माध्य पर खीचें गए भुजमान से धनात्मक एवं ऋणात्मक दोनों ही दिशाओं में 50% समंक / क्षेत्रफल (या 50% बारंबारता) होती हैं। यदि मध्य कोटि से एक ओर के वक्र को दूसरी ओर के वक्र पर रखा जाए तो यह भाग एक-दूसरे को पूरा-पूरा ढक लेते हैं। इसलिए प्रसामान्य वक्र में पूर्ण रूप से द्विपार्श्व होता है।

10. प्रसामान्य वक्र व्यवहार विज्ञानों के लिए एक गणितीय प्रतिमान है।

वक्र एक मापनी के रूप में प्रयोग होता है जिसकी मापन इकाई $\pm\sigma$ अर्थात् इकाई मानक विचलन है।

बोध प्रश्न

टिप्पणी : क) अपने उत्तरों के लिए नीचे दिए गए रिक्त स्थान का प्रयोग कीजिए।

ख) इस इकाई के अंत में दिए गए उत्तरों से अपने उत्तर मिलाइए।

1. i) प्रसामान्य सम्भाविता वक्र की परिभाषा दो।

....

....

....

....

ii) प्रसामान्य वक्र की विशेषताओं को बताओ।

....

....

....

....

iii) उन अवस्थाओ का उल्लेख करो जिनके अंतर्गत किसी बारंबारता बहुभुज को लगभग प्रसामान्य बंटन जैसा माना जा सकता है।

....

....

....

....

iv) एक प्रसामान्य बंटन मे निम्न अन्तरालों में कितनी प्रतिशत बारंबारताए आती है।

अ) -1σ से $+1\ \sigma$ के बीच

ब) -2σ से $+2\ \sigma$ के बीच

स) -3σ से $+3\ \sigma$ के बीच

....

....

....

....

v) व्यावहारिक रूप से प्रसामान्य वक्र के दोनों सिरे आधार रेखा के $\pm 3\ \sigma$ दूरियां पर समाप्त क्यों मान लिए जाते हैं ?

....

....

....

15.3.4 प्रसामान्यता से विचलन

(अप्रसामान्य बंटन)

जैसा कि अभी हमने सीखा कि प्रसामान्य वक्र में केंद्रीय प्रवृति के तीनों मान - माध्य, माध्यिका एवं बहुलक एक ही बिंदु पर होते है तथा वक्र की बाई तथा दाई तरफ की आकृति में पूर्ण संतुलन होता है। परंतु कभी-कभी प्रसामान्य बंटन से विचलन भी देखने में आता है। आमतौर पर प्रसामान्य वक्र में यह विचलन दो प्रकार का होता है।

i) विषमता

ii) वक्रता/ककुदता

i) विषमता

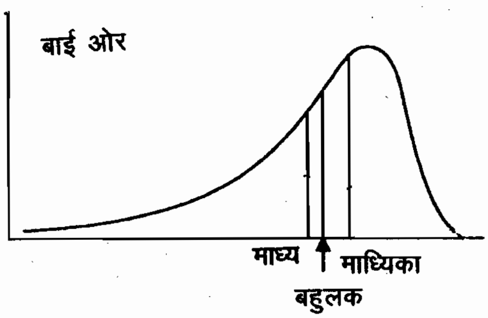
वह बंटन जिसमें माध्य और माध्यिका अलग-अलग बिंदुओं पर पड़ते हैं, उसे विषम बंटन कहते हैं। इसमें अधिकांश समंक कभी वक्र के बाँई ओर तथा कभी वक्र के दाँई ओर केंद्रित होते है, अर्थात् गुरुत्व बिंदु केंद्र में नहीं होता; जबकि प्रसामान्य बंटन में कोई विषमता नहीं होती क्योंकि माध्य बिल्कुल माध्यिका के बराबर होता है। विषमता दो प्रकार की होती है।

अ) ऋणात्मक विषमता

ब) धनात्मक विषमता

अ) ऋणात्मक विषमता

जब अधिकतर समंक वक्र के दाँई ओर संकलित हो और धीरे-धीरे उनका झुकाव बाँई ओर हो अर्थात् बाँई ओर की पूंछ लम्बी हो, तो इस प्रकार की विषमता को ऋणात्मक विषमता कहते हैं। (देखिए चित्र 15.6 में)। इसमें माध्य, माध्यिका से कम तथा उसके बाँई ओर ऋणात्मक दिशा में है। क्या आप बता सकते है कि ऋणात्मक विषमता बंटन में माध्यिका का मूल्य माध्य से ज्यादा क्यों होगा?



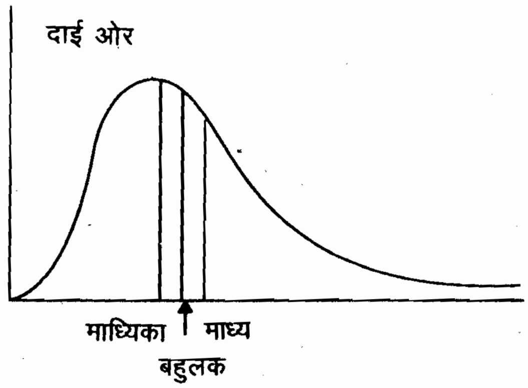
चित्र 15.6 : ऋणात्मक विषमता

ब) धनात्मक विषमता

जब अधिकतर समंक वक्र के बाँई ओर संकलित हों तथा दाँई ओर समंकों की संख्या क्रमशः कम होती जाती हो तो इसे धनात्मक विषमता कहते हैं। इस प्रकार के बंटन में झुकाव दाँई ओर धनात्मक दिशा में होता है, अर्थात् दाँई तरफ की पूंछ लम्बी होती है। माध्य, माध्यिका के दाँई ओर होता है (जैसा कि चित्र 15.7 में दिखाया गया है) तथा इससे अधिक होता है।

ii) वक्रता / ककुदता

जब कोई बारंबारता बंटन, प्रसामान्य बंटन की तुलना में अधिक शिखरीय या चपटा होता है तो बंटन की इस प्रकार की वक्रता को ककुदता (कर्टोसिस) कहते है।



चित्र 15.7: धनात्मक विषमता

दो प्रकार की ककुदता प्रसामान्य वक्र में होती है।

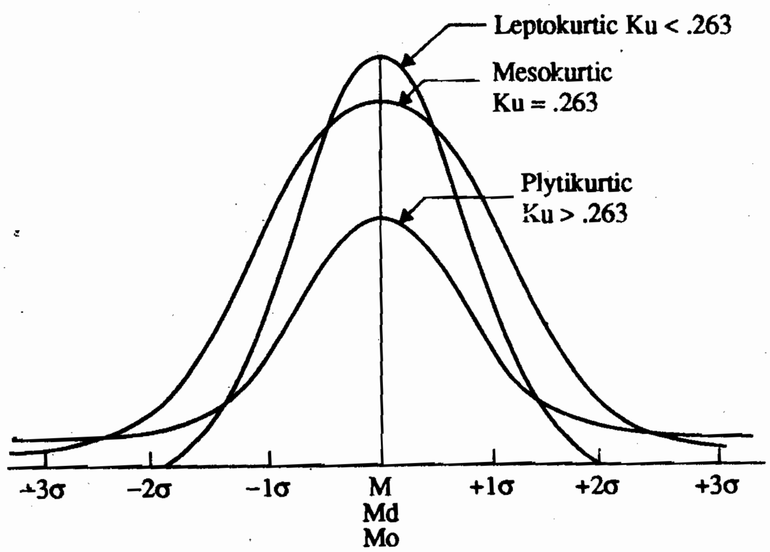
अ) लैप्टोकर्टिक या ऊँचे शिखर वाला

ब) प्लेटीकर्टिक या चपटे शिखर वाला

अ) लैप्टोकर्टिक या ऊँचे शिखर वाला

मान लीजिए आप के पास स्टील की तार का बना हुआ प्रसामान्य वक्र है और आप तार के दोनों छोरों को एक साथ दबा देते हैं तो वक्र के स्वरूप / आकार का क्या होगा? आपका उत्तर शायद यह होगा कि तार के दोनों सिरों को इकट्ठा दबाने से वक्र की ऊंचाई प्रसामान्य वक्र से अधिक हो जाती है। ऐसे वक्र को लैप्टोकर्टिक या ऊँची चोटी वाला वक्र कहते हैं। इस अवस्था में यह प्रसामान्य वक्र से अधिक शिखरीय हो जाता है तथा वक्र के अंदर का क्षेत्र केंद्र की ओर सिकुड़ जाता है।

अतः लैप्टोकर्टिक बंटन में बारंबारता प्रसामान्य बंटन वक्र की तुलना में मध्य में अधिक शिखरीय होती है।



चित्र 15.8: सामान्य वक्र में ककुदता

ब) प्लेटीकर्टिक या चपटी शिखर वाला

अब, मान लीजिए हम स्टील की तार से बने प्रसामान्य वक्र को ऊपर से दबाव डांले या दोनों सिरों को बाहर की ओर खींचे तो वक्र के आकार में क्या बदलाव आएगा? शायद वक्र प्रसामान्य वक्र की अपेक्षा ऊपर से अधिक चपटा हो आएगा।

अतः जब वक्र की प्रसामान्य वक्र की अपेक्षा ऊपर से कम शिखरीय अर्थात् चपटापन लिए हुए हो तो ऐसे वक्र को प्लेटीकर्टिक कहते हैं।

जब बंटन और उससे संबंधित वक्र प्रसामान्य हो तो ककुदता का मान 0.263 (Ku = 263) होता है। यदि ककुदता का मान 0.263 से अधिक होता है, तब बंटन और उससे संबंधित वक्र प्लेटीकर्टिक होगा। जब ककुदता का मान 0.263 से कम हो, तो बंटन और उससे संबंधित वक्र लैप्टोकर्टिक होगा।

15.3.5 प्रसामान्य वक्र/प्रसामान्य बंटन में विचलन पैदा करने वाले कारक/तत्व

बंटन में विषमता एवं ककुदता क्यों आती है इसके कारण बहुत से हैं एवं जटिल है, परंतु आकड़ों का सावधानीर्पूक विश्लेषण इस असममिता पर कुछ प्रकाश डाल सकता है। कुछ सामान्य कारण इस प्रकार है :

1. प्रतिदर्श का चयन

विषयों (व्यक्तियों) का चयन बंटन में विषमता एवं ककुदता पैदा कर सकता है। यदि न्यायदर्श/प्रतिदर्श का आकार छोटा हो या न्यायदर्श अभिनत हो, तो प्रायः इस प्रकार के न्यादर्श से प्राप्त दत्तों के बंटन में विषमता आ जाती है।

प्रायः छोटे एवं समांगी समूहों के समंकों पर आधारित बंटन लेप्टोकार्टिक होते हैं। बड़े एवं अधिक विजातीय समूहों के समंकों से प्राप्त बंटन को प्लेटीकर्टिक होते हैं।

2. अनुपयुक्त या अल्पनिर्मित परीक्षण

यदि प्रयोग में लाए जाने वाले परीक्षण उस समूह के लिए उचित नहीं है जिस पर उनको संचालित किया जा रहा हो, या उन्हें उचित ढंग से नहीं बनाया गया हो, तो इस प्रकार के समंकों के बंटन में असममिता आने की संभावना होती है। यदि परीक्षण बहुत ही सरल हो, तो समंकों का जमाव पैमाने के ऊपर वाले सिरे (छोर) की तरफ होगा परंतु जब परीक्षण बहुत कठिन हो तो समंकों का जमाव पैमाने के निचले सिरे की तरफ होगा अर्थात् बहुत सरल परीक्षण ऋणात्मक विषमता तथा बहुत कठिन परीक्षणों धनात्मक विषमता उत्पन्न करते हैं।

3. मापे जाने वाले चर का अप्रसामान्य होना

विषमता या ककुदता तभी प्रकट होगे जब मापे जाने वाला चर या विशेषक के बंटन में प्रसामान्यता का अभाव वास्तविक रूप से होगा। उदाहरण के लिए रुचियाँ या अभिवृतियाँ जैसे चरों का बंटन समष्टि में ही अप्रसामान्य होता है।

4. परीक्षण के निर्माण एवं संचालन में त्रुटियाँ

प्रयोग में लाए जाने वाले परीक्षणों का निर्माण यदि उचित ढंग से न हो तो वे समंकों के बंटन में असममिता ला देते हैं। इसी प्रकार परीक्षण के संचालन के समय, निर्देशन में त्रुटियाँ, समय का अभाव, समंकन कुंजी के प्रयोग में हुई त्रुटियाँ और परीक्षण को पूरा करने में अभिप्रेरणा का अभाव आदि बंटन में विषमता उत्पन्न कर देते हैं।

बोध प्रश्न

टिप्पणी : क) अपने उत्तरों के लिए नीचे दिए गए रिक्त स्थान का प्रयोग कीजिए।

ख) इस इकाई के अंत में दिए गए उत्तरों से अपने उत्तर मिलाइए।

2. i) निम्नलिखित की परिभाषा दीजिए।

अ) विषमता

ब) ऋणात्मक एवं धनात्मक विषमता

स) ककुदता

द) प्लेटीकर्टिक

इ) लैप्टोकर्टिक

ii) प्रसामान्य बंटन में ककुदता का क्या मान होना चाहिए

iii) एक स्कूल के अध्यापक के लिए विषमता और ककुदता के ज्ञान का क्या महत्व है।

15.3.6 प्रसामान्य वक्र क्या दर्शाता है (प्रसामान्य वक्र / प्रसामान्य बंटन की व्याख्या)?

मानसिक मापन एवं शैक्षिक मूल्यांकन में प्रसामान्य वक्र की बहुत महत्ता है। यह मापे जाने वाले चर के बारे में महत्वपूर्ण सूचना देता है।

यदि किसी मापे जाने वाले तथ्य अथवा चर का बारंबारता बहुभुज प्रसामान्य वक्र है तो यह दर्शाता है कि :

1. मापा गया तथ्य समष्टि में प्रसामान्य रूप से बंटित है।
2. अधिकतर व्यक्ति मापे गए विशेषक / चर पर औसत है; और पूरी जनसंख्या में उनकी उपस्थिति लगभग 68.26 प्रतिशत है।
3. लगभग 15.87 प्रतिशत व्यक्ति मापे गए चर पर औसत से ऊपर या अधिक है।
4. इसी प्रकार लगभग 15.87 प्रतिशत व्यक्ति मापे गए चर / विशेषक पर औसत से नीचे या कम है।
5. चर / विशेषक को मापने के लिए जिस परीक्षण का प्रयोग किया गया, वह अच्छा है।
6. परीक्षण की विभेदन शक्ति अच्छी है क्योंकि यह योग्यता के आधार पर समूह के व्यक्तियों को कमजोर, औसत एवं उच्च वर्ग में विभक्त कर देता है और
7. प्रयोग में लाए गए परीक्षण में प्रश्न कठिनाई स्तर के आधार पर व्यवस्थित है।

15.3.7 प्रसामान्य बंटन का महत्व

सांख्यिकीय आंकड़ों से निष्कर्ष निकालने के लिए प्रसामान्य बंटन सबसे अधिक प्रयोग में आने वाला बंटन है क्योंकि :

1. प्रसामान्य बंटन अनेक चरों तथा तथ्यों की बारम्बारता बंटन की व्याख्या करने में काम आता है। इस तथ्य को प्रकट करने के लिए अनेक साक्ष्यों को एकत्र किया जाता है। वे तथ्य जो प्रसामान्य संभाविता वक्रो का अनुसरण करते हैं इस प्रकार है (i) जैविक सांख्यिकी, उदाहरण के लिए किसी देश के किन्हीं निश्चित वर्षो के मध्य लड़के तथा लड़कियों के जन्म का अनुपात (ii) मानवमितीय ऑकड़े, उदाहरण के लिए ऊंचाई, भार आदि; (iii) सामाजिक एवं आर्थिक ऑकड़े, उदाहरण के लिए समान व्यवसाय में बहुत बड़ी संख्या में क्रियाशील कार्यकर्त्ताओं की मजदूरी; (iv) मनोवैज्ञानिक मापन, उदाहरण के लिए बुद्धि, समायोजन, प्रतिक्रिया , समय, चिंता (v) भौतिकी, रसायन एवं दूसरी भौतिक विज्ञान में प्रेक्षण की त्रुटि।
2. जब हम मानसिक मापन का प्रयोग करते हैं तो शैक्षिक मूल्यांकन और शैक्षिक शोध में प्रसामान्य बंटन का बहुत महत्व है। यह ध्यान रहे कि प्रसामान्य बंटन किसी भी योग्यता परीक्षण में समंकों का वास्तविक बंटन नहीं है अपितु एक गणितीय प्रतिमान है। बारंबारता बंटन के समंक सैद्धांतिक बंटन की ओर अग्रसर होगी और इसकी सीमा तक जा सकते है, किंतु सम्पूर्ण रूप से उपयुक्त मुश्किल से ही होते हैं।

15.3.8 प्रसामान्य वक्र / प्रसामान्य बंटन के उपयोग

शैक्षिक मापन एवं मूल्यांकन के क्षेत्र में प्रसामान्य वक्र की बहुत सी उपयोगिताएं है जो इस प्रकार है :

i) किसी प्रसामान्य बंटन में दी गई सीमाओं अथवा समंकों के अंतर्गत समंकों का प्रतिशत ज्ञात करना।

ii) किसी प्रसामान्य बंटन में दिए गए बिंदु या समंक के ऊपर या नीचे समंकों का प्रतिशत ज्ञात करना।

iii) किसी प्रसामान्य बंटन में यह ज्ञात करना कि दिए गए समंकों का प्रतिशत किन सीमाओं के अंतर्गत है।

iv) दिए गए समूह में छात्र की शतमक क्रम ज्ञात करना।

v) किसी छात्र के शतमक क्रम का शतमक मूल्य ज्ञात करना।

vi) दो बंटनों की तुलना परस्पर व्यापन की दृष्टि से करना।

vii) परीक्षण प्रश्नों या पदों की सापेक्ष कठिनाई का निर्धारण करना।

viii) दिए गए समूह को विशेष योग्यतानुसार उपसमूहों में विभाजित करना तथा उनकी श्रेणी का निर्धारण करना।

15.3.9 प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफलों की सारणी

हम प्रसामान्य वक्र की ऊपरलिखित उपयोगिताओं का प्रयोग शैक्षिक मापन एवं मूल्यांकन में किस प्रकार करते हैं, इसके लिए सर्वप्रथम यह जरूरी है कि हम प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफलों की सारणी का उपयोग अच्छी तरह से समझ लें।

तालिका 15.2 में प्रसामान्य बंटन के माध्य से भिन्न-भिन्न σ- दूरियों पर स्थित भुजमानों के मध्य, पाए जाने वाले कुल क्षेत्रफल के भिन्न-भिन्न अंशों को प्रस्तुत किया गया है।

यहाँ एक बात ध्यान देने योग्य है कि "प्रसामान्य बंटन तालिका /सारणी" का निर्माण इस मान्यता पर निर्भर है कि समूह की संख्या (N) तथा मानक विचलन (σ) दोनों का मान 1 है। अर्थात् $N = 1, \sigma = 1$ यदि समूह की संख्या तथा मानक विचलन का मान इनसे भिन्न-भिन्न हो तो समंकों को मानक समंकों में परिवर्तित कर देना चाहिए। ये मानक समंकों को Z- स्कोर या स्टैंडर्ड स्कोर भी कहते हैं। इन्हें मालूम करने के लिए प्रत्येक यथा प्राप्त समंक (X) से माध्य (M) को घटाकर मानक विचलन (σ) से भाग कर दिया जाता है। विधि इस प्रकार है :

$$Z = \frac{X - M}{\sigma} \text{ या } Z = \frac{x}{\sigma}$$

जिसमें

Z = मानक समंक

X = यथा प्राप्त समंक

σ = मानक विचलन

M = प्रसामान्य समंक का माध्य

तत्पश्चात प्रसामान्य संभाविता वक्र के अंतर्गत क्षेत्रों की सारणी, माध्य एवं "Z" समंक के बीच कितना अनुक्षेत्र आता है, यह ज्ञात करने में इस्तेमाल की जाती है।

यद्यपि प्रसामान्य संभाविता वक्र का संपूर्ण अनुक्षेत्र 1 माना गया है लेकिन सुविधा के लिए प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत संपूर्ण क्षेत्र को 10,000 मान लिया गया है, क्योंकि अधिकांश अवस्थाओं में इनकी सहायता से कुल क्षेत्र के भिन्न-भिन्न अंशों की गणना सरलता से की जा सकती है।

तालिका में पहले स्तम्भ (कालम) x / σ में प्रसामान्य वक्र की आधार रेखा पर माध्य या उद्गम से दिए गए बिंदु या समंक की दूरी σ की दहाई (Tenths) के पदों में दी गई है। अर्थात् यदि कोई बिंदु माध्य से 2.5 σ की दूरी पर है तो इसके लिए स्तम्भ एक में 2.5 देखेंगे। पहली लाइन में x/σ दूरी दशमलव के दूसरे स्थान तक दी गई है।

माध्य तथा आधार रेखा पर माध्य से 1 σ की दूरी पर लम्ब तक के समंकों का प्रतिशत ज्ञात करने के लिए x / σ कालम में 1.0 तक नीचे देखेंगे और अगले कालम .00 के नीचे तथा 1.0 के सामने की प्रविष्टि को लेंगे जो कि 3413 है। इस संख्या का अर्थ है कि 10,000 में से 3413 समंक या वक्र के अंतर्गत समस्त क्षेत्र का 34.13% मध्यमान एवं 1σ के मध्य पड़ता है। इसी प्रकार यदि हम माध्य एवं 1.56 σ के मध्य समंकों का प्रतिशत ज्ञात करना चाहें तो हम x / σ स्तम्भ पर 1.5 तक नीचे की ओर जाएंगे, तथा उसके बाद क्षैतिज दिशा में पहली लाइन पर .06 तक जा कर प्रविष्टि 4406 नोट करेंगे। इसका अर्थ यह है कि मध्यमान एवं 1.56 σ के मध्य 44.06 प्रतिशत क्षेत्रफल है।

हमने अभी तक माध्य से धनात्मक दिशा में σ दूरी पर विचार किया है अर्थात् हमने प्रसामान्य वक्र का दाया आधा भाग ही विचारार्थ लिया है। चूंकि वक्र दोनों पक्षों में सममित है, इसलिए सारणी 15.2 की प्रविष्टियाँ σ की ऋणात्मक दिशा की दूरी को भी मापती है। बंटन में माध्य एवं –1.28 σ के मध्य का प्रतिशत ज्ञात करने के लिए स्तम्भ पर 1.2 के सामने कालम .08 की प्रविष्टि लेते हैं। इस प्रविष्टि (3997) का अभिप्राय है कि सामान्य बंटन के 39.97% समंक माध्य तथा -1.28 σ के बीच आते हैं।

क्योंकि प्रसामान्य वक्र वास्तव में आधार रेखा से नहीं मिलता और माध्य के दाए और बांए ओर सैद्धांतिक रूप से अनन्त दूरी तक जाता है, प्रायोगिक उद्देश्य हेतु वक्र का समापन – 3σ एवं +3 σ के बीच ही मान लिया गया है। तालिका 15.2 से प्रकट होता है कि 10,000 में से 4986.5 समंक वास्तव में, माध्य एवं + 3 σ के बीच होंगे। इसलिए 10,000 में 99.73% समंक समग्र बंटन में से – 3 σ एवं +3 σ की सीमाओं में होगें। इन दोनों बिंदुओं पर वक्र को काटते हुए हम बंटन के .27 प्रतिशत भाग की उपेक्षा कर देते हैं जो ±3σ की सीमाओं से परे होता है और नगन्य माना जाता है यदि प्रतिदर्श बहुत बड़ा न हो।

15.3.10 प्रसामान्य वक्र के अंतर्गत क्षेत्रफल वाली सारणी का प्रयोग करते समय ध्यान रखने वाली बातें

प्रसामान्य संभाविक वक्र की सारणी का प्रयोग करते समय निम्नलिखित बातों का ध्यान रखना चाहिए जिससे त्रुटियाँ पैदा न हो :

1. प्रत्येक दिए हुए समंक को मानक समंकों 'Z स्कोर' में परिवर्तित कर देना चाहिए। इसके लिए निम्न सूत्र का प्रयोग करना चाहिए

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

2. वक्र का मध्यमान हमेशा संदर्भ बिंदु होता है और सभी क्षेत्रों का मान माध्य से दूरी के आधार पर दिया जाता है। माध्य का Z- समंक शून्य होगा।
3. अनुपात में दिए गए क्षेत्रों को प्रतिशत में बदला जा सकता है और
4. सारणी का प्रयोग करते समय 'Z' का निर्पेक्षमान लेना चाहिए। फिर भी Z का ऋणात्मक मान यह बताता है कि समंक माध्य से नीचे है तथा इस तथ्य का आगे की गणना करते समय ध्यान रखना चाहिए। Z का माध्य धनात्मक मान यह बताता है कि समंक माध्य से ऊपर है अर्थात् दायीं तरफ है।

तालिका 15.3 : प्रसामान्य प्रायिकता वक्र के कुल क्षेत्र (जिसे 10,000 माना गया है) के आंशिक भाग जो आधार रेखा पर माध्य और उत्तरोत्तर बिंदुओं की दूरियों के अनुरूप है तथा जिनकी दूरियों को माध्य से मानक विचलन की इकाईयों के रूप में दर्शाया गया है।

उदाहरण-: माध्य (M) एवं .38σ (x/σ=1.38) बिन्दु के मध्य सम्पूर्ण वक्र के अन्तर्गत 41.62% स्थितियां निहित हैं।

x/σ	.00	.01	.02	.03	.04	.05	.06	.07	.08	.09
0.0	0000	0040	0080	0120	0160	0199	0239	0279	0319	0359
0.1	0398	0438	0478	0517	0557	0596	0636	0675	0714	0753
0.2	0793	0832	0871	0910	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0.3	1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0.4	1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0.5	1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0.6	2257	2291	2324	2357	2389	2422	2454	2486	2517	2549
0.7	2580	2611	2642	2673	2704	2734	2764	2794	2823	2852
0.8	2881	2910	2939	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0.9	3159	3186	3212	3238	3264	3290	3315	3340	3365	3389
1.0	3413	3438	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1.1	3643	3665	3686	3708	3729	2749	3770	3790	3810	3830
1.2	3849	3869	3888	3907	3925	3944	3962	3980	3997	4015
1.3	4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1.4	4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1.5	4332	4345	4357	4370	4383	4394	4406	4418	4429	4441
1.6	4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1.7	4554	4564	4573	4582	4591	4599	4608	4616	4625	4633
1.8	4641	4649	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1.9	4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	4756	4761	4767
2.0	4772	4478	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2.1	4821	4826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2.2	4861	4864	4868	4871	4875	4878	4881	4884	4887	4890
2.3	4893	4896	4898	4901	4904	4906	4909	4911	4913	4916
2.4	4918	4920	4922	4925	4927	4929	4931	4932	4934	4936
2.5	4938	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2.6	4953	4955	4956	4957	4959	4960	4961	4962	4963	4964
2.7	4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2.8	4974	4975	4976	4977	4977	4978	4979	4979	4980	4981
2.9	4981	4982	4982	4988	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3.0	4986.5	4986.9	4987.4	4987.8	4988.2	4988.6	4988.9	4989.3	4989.7	4990.0
3.1	4990.3	4990.6	4991.0	4991.3	4991.6	4991.8	4992.1	4992.4	4992.6	4992.9

3.2	4993.129
3.3	4995.166
3.4	4996.631
3.5	4997.674
3.6	4998.409
3.7	4998.922
3.8	4999.277
3.9	4999.519
4.0	4999.683
4.5	4999.966
5.0	4999.997133

15.3.11 प्रसामान्य संभाविता वक्र के उपयोग से संबंधित व्यावहारिक समस्याएं

(अ) प्रसामान्य बंटन में दी गई सीमाओं के मध्य समंकों का प्रतिशत ज्ञात करना।

उदाहरण 1

500 समंकों के एक प्रसामान्य बंटन में माध्य = 40, $\sigma = 8$, तो बताइए कि समंक 36 तथा 48 के बीच कितने प्रतिशत समंक हैं।

हल :

यथाप्राप्त 36 के लिए Z-समंक

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

$X = 36$

$M = 40$

$\sigma = 8$

$$\therefore Z = \frac{36 - 40}{8} = \frac{-4}{8}$$

$Z = -0.5$

यथा प्राप्त समंक 48 के लिए Z- समंक

$X = 48$

$M = 40$

$\sigma = 8$

$$\therefore Z = \frac{48 - 40}{8} = \frac{8}{8}$$

$Z = +1$

तालिका 15.2 में देखने पर ज्ञात होता है कि :

माध्य 48 ($Z = 0$) तथा -0.5σ के बीच 19.15% समंक है। माध्य 48 या $Z = 0$ तथा $+1\sigma$ के बीच समंकों का प्रतिशत 34.13 है।

इसलिए समंक 36 तथा 48 के मध्य कुल समंकों का प्रतिशत $19.15 + 34.13 = 53.28\%$ है।

ब) दिए गए समूह में किसी छात्र का शतमक-क्रम ज्ञात करना

दिए गए समंक के नीचे जितने प्रतिशत समंक है वह उस समंक का शतमक क्रम कहलाता है।

उदाहरण 2

एक उपलब्धि परीक्षण पर दसवीं कक्षा के एक विद्यार्थी का यथा प्राप्त समूह 60 है। पूरी कक्षा का माध्य 50 एवं मानक विचलन 5 है। विद्यार्थी का शतमक क्रम ज्ञात करें।

हल

सबसे पहले हम यथा प्राप्त समंक 60 को निम्नलिखित सूत्र द्वारा 'Z समंक' में बदलेंगे

$$Z = \frac{X - M}{\sigma} \qquad X = 60, M = 50, \sigma = 5$$

$$Z = \frac{60 - 50}{5} = \frac{10}{5}$$

$Z = +2.00\sigma$

तालिका 15.2 देखने पर ज्ञात होता है कि माध्य एवं $+2.00\sigma$ के बीच 47.72% समंक है।

समंक 60 के नीचे कुल समंकों का प्रतिशत $50 + 47.72 = 97.72$ या लगभग 98 प्रतिशत है।

अतः उस विद्यार्थी का शतमक क्रम 98 है, जिसने उपलब्धि परीक्षण में 60 समंक प्राप्त किए थे।

स) उस छात्र का शतमक मूल्य ज्ञात करना जिसका शतमक-क्रम दिया हो

उदाहरण 3

गणित की कक्षा में रोहित का शतमक क्रम 75 है। गणित विषय में कक्षा का माध्य 60 एवं मानक विचलन 10 है। रोहित के गणित उपलब्धि परीक्षण में यथा प्राप्त समंक ज्ञात करो।

हल

शतमक-क्रम की परिभाषा के अनुसार रोहित का शतमक क्रम प्रसामान्य संभाविता वक्र में माध्य से 25 प्रतिशत समंक ऊपर है।

प्रसामान्य संभाविता वक्र सारणी के अनुसार 25 प्रतिशत समंकों की σ - दूरी माध्य से $+.67\sigma$ है।

सूत्र के अनुसार

$$Z = \frac{X - M}{\sigma}$$

जिसमें $Z = +.67$

$X = ?$

$M = 60$

$\sigma = 10$

$\therefore .67 = \dfrac{X - 60}{10}$

या $X - 60 = 10 \times .67$

$X = 60 + 6.7$

$X = 66.7$ या लगभग 67

रोहित के गणित में 67 मूल अंक है।

द) दिए गए समूह को योग्यतानुसार उप-समूहों में विभाजित करना

उदाहरण 4

कालेज के 500 विद्यार्थियों को एक सामान्य मानसिक योग्यता परीक्षण दिया गया। उनके समंकों के आधार पर अध्यापक छात्रों को उनकी योग्यता के अनुसार पाँच वर्गों में विभक्त करना चाहता है। यदि सामान्य मानसिक योग्यता का बंटन प्रसामान्य है तो योग्यतानुसार कितने विद्यार्थी अ, ब, स, द तथा ई समूहों में आयेंगे।

हल

हम जानते हैं कि व्यवहार में प्रसामान्य वक्र के क्षेत्रफल का कुल प्रसार -3σ से $+3\sigma$ तक होता है अर्थात् संपूर्ण प्रसार 6σ के बराबर है। संपूर्ण क्षेत्र को पाँच उप-समूहों में विभक्त करने के लिए 6σ को 5 से भाग देते हैं। अतः $6\sigma/5 = 1.2\sigma$ दूरी का क्षेत्र प्रत्येक उप-समूह के लिए होगा। पाँचों उप-समूहों की सीमाएं अग्रवत होंगी। वर्ग स ठीक मध्य में होगा। इसका आधा क्षेत्र मध्यमान से ऊपर तथा आधा नीचे होगा। चित्र में प्रत्येक वर्ग की σ दूरी दी गई है।

प्रसामान्य संभावित वक्र की तालिका के अनुसार मध्यमन से $.6\sigma$ तक कुल समंकों का प्रतिशत 22.57 है।

अतः -6σ से $+6\sigma$ के बीच कुल समंक $= 22.57 + 22.57 = 45.14$ प्रतिशत

इसलिए बीच वाले वर्ग 'स' में 45.14 प्रतिशत विद्यार्थी होंगे। अर्थात 45.14% विद्यार्थी स वर्ग में होंगे।

इसी प्रकार, प्रसामान्य संभावित वक्र तालिका के अनुसार माध्य से 1.8σ दूरी के बीच 46.41 प्रतिशत समंक हैं। इसलिए समूह 'ब' में $46.41 - 22.57 = 23.84$ प्रतिशत समंक है।

समूह ए में कुल प्राप्तांक $50 - 46.41 = 3.59\%$ होगे।

इसी प्रकार समूह द तथा इ में क्रमशः 23.84 प्रतिशत तथा 3.59 प्रतिशत विद्यार्थी होगें।

"अ" समूह में कुल 3.59% विद्यार्थी है

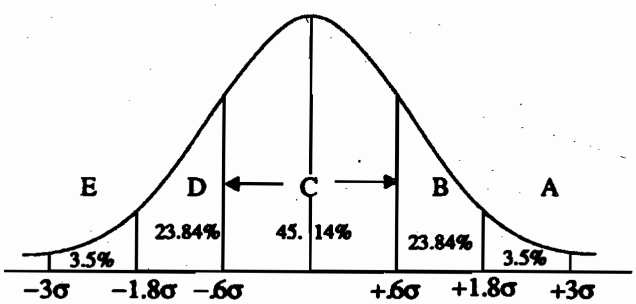
"ब" समूह में कुल 23.84% विद्यार्थी है

"स" समूह में कुल 45.14% विद्यार्थी है

"द" समूह में कुल 23.84% विद्यार्थी है

"ई" समूह में कुल 3.59% विद्यार्थी है

अब 500 में से प्रत्येक वर्ग में विद्यार्थियों की संख्या निकाली जा सकती है।



चित्र 15.9

15.4 सारांश

प्रसामान्य बंटन व्यवहार विज्ञान में एक महत्वपूर्ण अवधारणा है क्योंकि यह माना जाता है कि विभिन्न चर, जो कि अनुभवजन्य शोध में प्रयुक्त किए जाते हैं, प्रसामान्य रूप से बंटित होते हैं।

प्रसामान्य वक्र शैक्षिक मूल्यांकन एवं मापन में बहुत सहायक है। यह किसी समूह में एक व्यक्ति के व्यक्तिगत स्थान को बताता है। यह व्यवहार विज्ञानों के मापन में एक मापनी के रूप में भी प्रयोग किया जा सकता है।

प्रसामान्य बंटन अध्यापकों के हाथों में एक महत्वपूर्ण उपकरण है जिसके द्वारा वह मापे गए चर के समंकों के बंटन के स्वरूप को समझ सकता है। वह प्रश्न-पत्र के कठिनाई स्तर को जान सकता है और अंत में वह अपनी कक्षा के बारे में यह जानकारी प्राप्त कर सकता है कि मापी गई योग्यता पर कक्षा समांगी है या विजातीय है।

15.5 अभ्यास कार्य

कुछ बारंबारता बंटन लो और उनके बारंबारता बहुभुज बनाओ। बंटन में प्रसामान्यता देखो। यदि आप को बंटन अप्रसामान्य लगता हो तो उसमें विषमता और वक्रता कर्टोसिस की प्रकार ज्ञात करो। अप्रसामान्य बंटन से संबंधित कारणों की भी एक सूची बनाओ।

15.6 चर्चा के बिंदु

1. यह ज्ञात करो कि व्यवहार के संज्ञानात्मक तथा भावात्मक पहलुओं से संबंधित कौन-कौन से चर प्रसामान्य बंटन का अनुसरण करते हैं।
2. एक अध्यापक के रूप में, परीक्षण-पत्र या प्रश्न-पत्र बनाते समय कौन-कौन सी सावधानियाँ रखनी पड़ती है।

15.7 बोध प्रश्नों के उत्तर

1. i) प्रसामान्य संभाविता वक्र एक घंटे जैसी आकृति का वक्र है जिसमें सर्वाधिक समंक माध्य के निकट दोनों और होते है तथा माध्य से बंटन के दोनों ओर क्रमशः समंकों की संख्या समान रूप से कम होती जाती है।

ii) प्रसामान्य संभाविता वक्र मध्य बिंदु से दोनों ओर सममित होता है:

- यह एक बहुलकी है, और बहुलक हमेशा वक्र के मध्य बिंदु पर होता है।
- यह एक्स-अक्ष भुजा से अनन्तस्पर्शी होता है।
- प्रसामान्य वक्र में नमन बिंदु $\pm\sigma$ दूरी पर होते हैं।
- नमन बिंदुओं के मध्य वक्र के अंदर का क्षेत्रफल सुनिश्चित होता है।

iii) कोई बांरबारता बंटन लगभग प्रसामान्य बंटन होता है यदि:

- सबसे अधिक बांरबारता बंटन के केंद्र बिंदु पर हो।
- बांरबारता कम होती जाती हो जैसे ही हम बंटन के माध्य से दोनों दिशाओं में सममित तरीके से चलते हैं।
- -1σ और $+1\sigma$ के मध्य लगभग दो-तिहाई समंक हो।
- लगभग सभी समंक -3σ और $+3\sigma$ के मध्य आते हों।

iv) अ) यदि -1σ और $+1\sigma$ के बीच कुल 68.26 प्रतिशत बांरबारताएं हो।

ब) यदि -2σ और $+2\sigma$ के बीच कुल 95.44 प्रतिशत बांरबारताएं हो।

स) यदि -3σ और $+3\sigma$ के बीच कुल 99.73 प्रतिशत बांरबारताएं हो।

v) प्रसामान्य संभाविता वक्र के दोनो सिरे $\pm 3\sigma$ बिंदुओं के पास माने जाते है, क्योंकि लगभग सभी समंक (99.73 प्रतिशत) इन्हीं दो बिंदुओं के बीच आते है और इन दो बिंदुओं से समंक के दूर जाने की संभावना बहुत कम होती है।

2. i) अ) वह बंटन जिसमें माध्य और माध्यिका अलग-अलग बिंदुओं पर पड़ते है विषम बंटन कहलाता है।

ब) वक्रता कर्टोसिस शब्द नुकीलेपन या बांरबारता बंटन के चपटेपन की ओर संकेत करता है।

स) बंटन ऋणात्मक रूप से विषम या बांयी ओर झुके हुए उस समय कहे जाते हैं जब अधिकतर समंक पैमाने के ऊंचे सिरे की ओर संकलित हो जाते हैं। और बंटन धनात्मक रूप से विषम उस समय कह जाते है जब समंक पैमाने के निचले सिरे पर संकलित हों।

द) प्रसामान्य की अपेक्षा अधिक चपटे बंटन को प्लेटीकर्टिक कहते है।

इ) प्रसामान्य की अपेक्षा अधिक नुकीले बंटन को लेप्टोकर्टिक कहते है।

ii) प्रसामान्य बंटन की ककुदता का मान 0.263 है।

iii) यदि किसी अध्यापक द्वारा एकत्रित समंकों का बंटन प्रसामान्य नहीं हैं, तो उस बंटन में विषमता एवं ककुदता के कारणों को ढूँढना होगा। एक कारण यह भी हो सकता है कि समूह के व्यक्ति प्रसामान्य से भिन्न हो या मापे जाने वाले गुण के स्वभाव के कारण भी ऐसा हो सकता है। अध्यापक को ज्ञान होना चाहिए कि शिक्षा का दूरगामी उद्देश्य समंकों का ऋणात्मक विषमता युक्त बंटन प्राप्त करना है।

15.8 कुछ उपयोगी पुस्तकें

Aggarwal, Y.P. (1990): '*Statistical Methods - Concepts, Applications and Computation*', Sterling Publishers Pvt. Ltd., New Delhi.

Ferguson, G.A. (1974): '*Statistical Analysis in Psychology and Education*', McGraw Hill Book. Co., New York.

Garrett, H.E. & Woodworth, R.S. (1969): '*Statistics in Psychology and Education*', Vakils, Feffer & Simons Pvt. Ltd., Bombay.

Guilford, J.P. & Benjamin, F. (1973): '*Fundamental Statistics in Psychology and Education*', McGraw Hill Book Co., New York.

Srivastava, A.B.L. & Sharma, K.K. (1974): '*Elementary Statistics in Psychology and Education*', Sterling Publishers Pvt. Ltd., New Delhi.